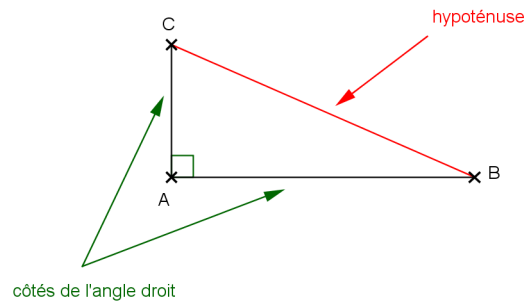


Théorème de Pythagore

I – Vocabulaire :

Un triangle rectangle est un triangle ayant un angle droit.

Dans un triangle rectangle, le côté opposé à l'angle droit s'appelle l'hypoténuse. C'est aussi le côté le plus long.



II – Théorème de Pythagore :

Dans un triangle rectangle, le carré de la longueur de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés.

Intérêt du théorème de Pythagore : Il permet de calculer dans un triangle rectangle la longueur d'un côté lorsqu'on connaît les longueurs des deux autres côtés.

Exemples :

- 1) ABC est un triangle rectangle en B tel que $AB = 5$ cm et $BC = 3$ cm. Calculer la valeur exacte de AC puis une valeur approchée à 0,1 cm près. Faire une figure.

Dans le triangle ABC rectangle en B, je peux utiliser le théorème de Pythagore. L'hypoténuse est [AC].

$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$

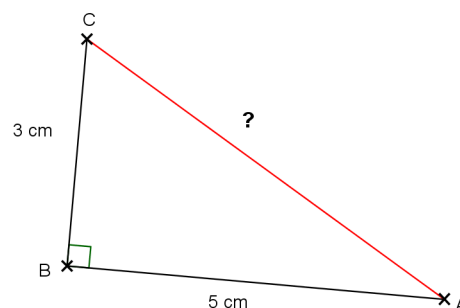
$$AC^2 = 5^2 + 3^2$$

$$AC^2 = 25 + 9$$

$$AC^2 = 34$$

$$AC = \sqrt{34} \text{ cm} \text{ c'est la valeur exacte}$$

$$AC \approx 5,8 \text{ cm} \text{ c'est la valeur approchée à } 0,1 \text{ cm près}$$



Remarque : La touche « racine carrée » $\sqrt{\quad}$ de la calculatrice permet de calculer la valeur exacte ou approchée d'un nombre positif lorsqu'on connaît son carré.

- 2) BUS est un triangle rectangle en U avec BU = 4 cm et BS = 6 cm. Calculer la valeur exacte de US puis une valeur approchée à 0,01 cm près. Faire une figure.

Utilisons le théorème de Pythagore dans le triangle BUS rectangle en U. L'hypoténuse est [BS].

$$BS^2 = BU^2 + US^2$$

$$6^2 = 4^2 + US^2$$

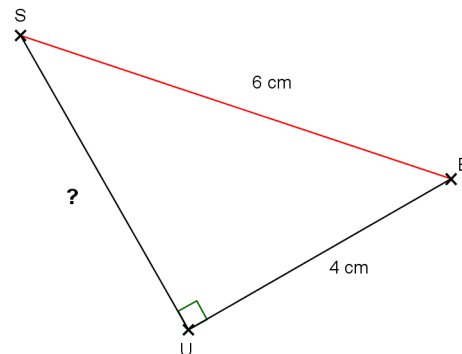
$$36 = 16 + US^2$$

$$US^2 = 36 - 16$$

$$US^2 = 20$$

$$US = \sqrt{20} \text{ cm c'est la valeur exacte}$$

$$US \approx 4,47 \text{ cm c'est la valeur approchée à } 0,01 \text{ cm près}$$



III – Contraposée du théorème de Pythagore :

Si le carré de la longueur du plus grand côté d'un triangle n'est pas égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés alors ce triangle n'est pas rectangle.

Intérêt de la contraposée du théorème de Pythagore : Elle permet de démontrer qu'un triangle n'est pas rectangle ou plus généralement que deux droites ne sont pas perpendiculaires.

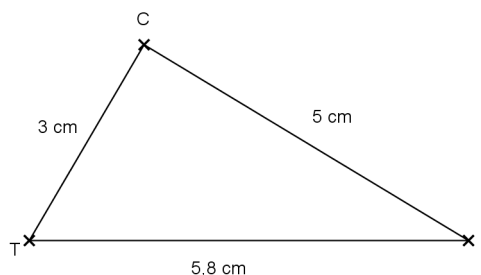
Exemple : Le triangle TIC tel que TI = 5,8 cm , TC = 3 cm et IC = 5 cm est-il rectangle?

Dans le triangle TIC, le plus grand côté est [TI].

$$\text{D'une part, } TI^2 = 5,8^2 = \underline{33,64}$$

$$\text{D'autre part, } TC^2 + IC^2 = 3^2 + 5^2 = 9 + 25 = \underline{34}$$

Ainsi $TI^2 \neq TC^2 + IC^2$ donc d'après la **contraposée du théorème de Pythagore**, le triangle TIC n'est pas rectangle.



IV – Réciproque du théorème de Pythagore (admise) :

Dans un triangle, si le carré de la longueur du plus grand côté est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés alors ce triangle est rectangle. L'angle droit est l'angle opposé au plus grand côté.

Intérêt de la réciproque du théorème de Pythagore : Elle permet de démontrer qu'un triangle est rectangle ou plus généralement que deux droites sont perpendiculaires.

Exemple : Le triangle AIB tel que $AI = 24$ mm, $IB = 40$ mm et $AB = 32$ mm est-il rectangle?

Dans le triangle AIB, [IB] est le plus grand côté.

D'une part, $IB^2 = 40^2 = \underline{1\,600}$

D'autre part, $AI^2 + AB^2 = 24^2 + 32^2 = 576 + 1\,024 = \underline{1\,600}$

Ainsi $IB^2 = AI^2 + AB^2$ donc d'après **la réciproque du théorème de Pythagore**, le triangle AIB est rectangle en A.

