

# **Objectif Seconde**



**Livret de vacances  
pour réviser les notions  
de l'année de 3<sup>ème</sup>**

**Tu passes en 2<sup>nd</sup>e ?**

**Bravo !!!**

**Ça y est, tu vas arriver au Lycée !**

**Mais, te poses-tu des questions sur ton niveau en Mathématiques ?**

**Tes professeurs de Maths se sont réunis pour choisir quelques exercices clés que tu devras absolument maîtriser à la rentrée de Septembre 2024 pour avoir bien plus de chances de réussir ton année de Seconde en Maths.**

**Nous avons fait le tri sur certaines notions capitales à maîtriser en fin de Collège.**

**Alors entraîne-toi donc bien tranquillement pendant les vacances pour être plus serein(e) à la rentrée prochaine.**

**En les refaisant plusieurs fois, si besoin !**

**Ça y est, tu passes en Seconde et tu vas devoir commencer à compter sur toi !**

**Bonnes vacances et organise-toi bien.**

**Tes professeurs**

**du Collège**

**et**

**du Lycée.**

## **Organisation du travail**

Il est vivement recommandé de ne pas faire ce livret la veille de la rentrée mais plutôt l'étudier au fur et à mesure des vacances.

Il est fortement conseillé de garder ce livret à porter de main toute l'année.

Chaque exercice doit être présenté, rédigé correctement :

- les **calculs** doivent être **détaillés**,
- les **phrases réponses écrites**,
- les **réponses justifiées**,
- les **démonstrations** en géométrie **rédigées**.

Il est vivement conseillé de s'aider de son cahier de leçons pour effectuer les exercices afin d'appliquer les bonnes méthodes.

A la fin des vacances, le corrigé des exercices sera téléchargeable sur le site du collège.

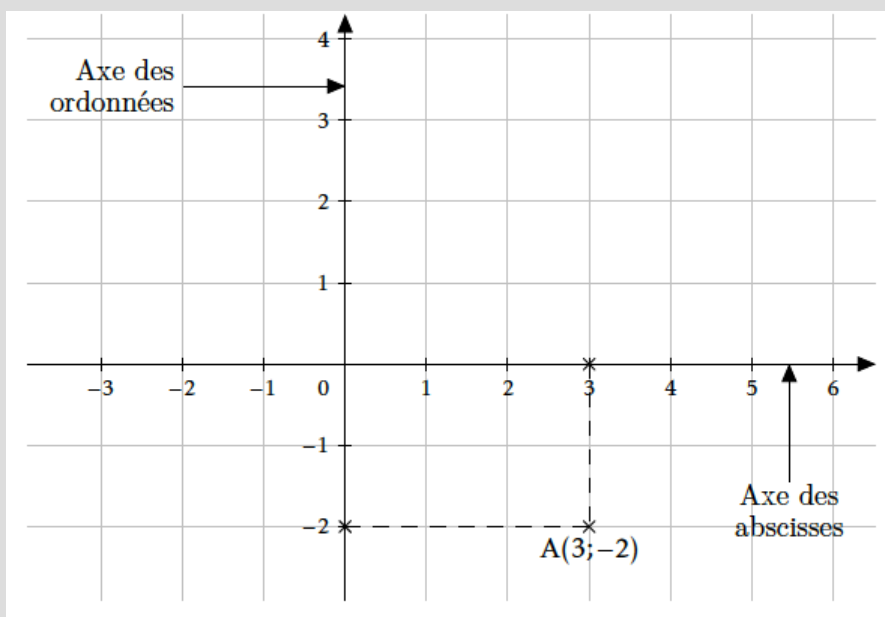
# SOMMAIRE

## **Table des matières**

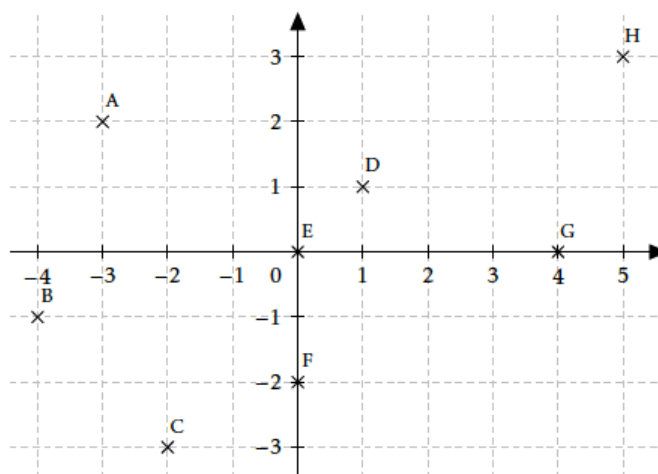
|                                    |           |
|------------------------------------|-----------|
| <u>Repérage dans le plan .....</u> | <u>4</u>  |
| <u>Fonction.....</u>               | <u>5</u>  |
| <u>Puissances.....</u>             | <u>8</u>  |
| <u>Fractions.....</u>              | <u>10</u> |
| <u>Calcul littéral.....</u>        | <u>12</u> |
| <u>Equations.....</u>              | <u>15</u> |

# Repérage dans le plan

## Rappel



**Exercice 1** : Écrire les coordonnées des points repérés dans le repère ci-dessous.



**Exercice 2** : Placer les points dans le repère ci-dessous.

A ( 7 ; 6 )

B ( 0 ; 4 )

C ( - 1 ; 3 )

D ( 3 ; - 5 )

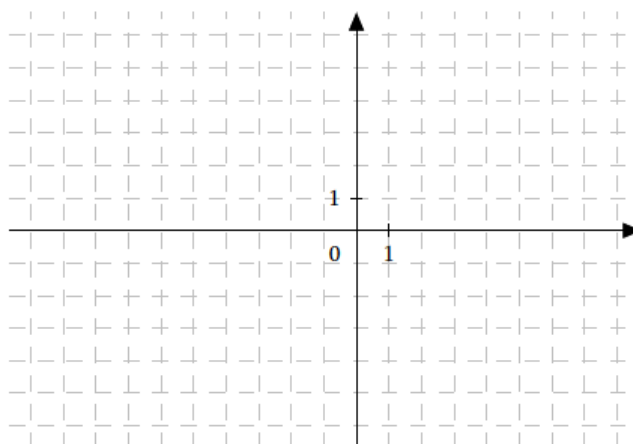
E ( - 2 ; 5 )

F ( - 10 ; - 5 )

G ( - 3 ; - 1 )

H ( 4 ; - 6 )

I ( 8 ; 0 )



# Fonction

## Vocabulaire

Antécédent

$x$

Fonction

$f$

Image de  $x$  par la fonction  $f$

$f(x) = y$

**Exemple :** On considère la fonction  $f$  telle que  $f(5) = 10$

L'image de 5 par la fonction  $f$  est 10. 5 a pour image 10 par la fonction  $f$ .

L'antécédent de 10 par la fonction  $f$  est 5. 10 a pour antécédent 5 par la fonction  $f$ .

Une **fonction affine** est une fonction de la forme  $a x + b$ ,  $a$  et  $b$  étant des nombres relatifs.

$a$  est appelé :

- le coefficient de la fonction affine ;
- le **coefficient directeur de la droite**.

$b$  est appelé **l'ordonnée à l'origine**.

Graphiquement, elle est représentée par une droite.

**Exemple :** La fonction  $f(x) = 2x + 3$  est une fonction affine car elle est du type  $a x + b$  avec  $a = 2$  et  $b = 3$ .

2 est le coefficient de la droite et 3 est l'ordonnée à l'origine.

Une **fonction linéaire** est une fonction de la forme  $a x$ ,  $a$  étant un nombre.

C'est un **cas particulier d'une fonction affine**. Lorsque  $b = 0$ ,  $f(x) = a x$

Elle traduit une situation de proportionnalité.

$a$  est appelé :

- le coefficient de la fonction linéaire ;
- le **coefficient de proportionnalité** ;
- le **coefficient directeur de la droite**.

Graphiquement, elle est représentée par une droite passant par l'origine du repère.

**Exemple :** La fonction  $g(x) = -2x$  est une fonction linéaire car elle est du type  $a x$  avec  $a = -2$ .

-2 est le coefficient de la droite. Il est aussi le coefficient de proportionnalité.

## Méthode :

- Pour **calculer l'image** d'un nombre par une fonction, il suffit de remplacer  $x$  par sa valeur dans l'expression de la fonction et de calculer.

**Exemple :** On considère la fonction  $f(x) = 2x + 3$ . Déterminer l'image de 4 par cette fonction.

$$f(x) = 2x + 3$$

$$f(4) = 2 \times 4 + 3$$

$$f(4) = 11 \quad \text{L'image de 4 par cette fonction est 11.}$$

- Pour **trouver un antécédent** d'un nombre par une fonction, il suffit de trouver la valeur de  $x$ . Pour cela il suffit de résoudre une équation.

**Exemple :** On considère la fonction  $g(x) = -2x$ . Déterminer l'antécédent de 6 par cette fonction.

$$g(x) = 6$$

$$-2x = 6$$

$$-2x : (-2) = 6 : (-2)$$

$$x = -3 \quad \text{L'antécédent de 6 par la fonction } g \text{ est } -3.$$

- pour **tracer la représentation d'une fonction affine**.

Il faut trouver les coordonnées de 2 points pour ensuite tracer la droite passant par ces 2 points.

**Méthode 1 :** on choisit 2 valeurs de  $x$  et on calcule leur image à l'aide de l'expression de la fonction.

**Méthode 2 :** On utilise les valeurs de  $a$ , le coefficient directeur de la droite et de  $b$ , l'ordonnée à l'origine.

Dans ce cas, on place le premier point  $b$  qui est l'ordonnée à l'origine. On détermine ensuite un deuxième point soit en calculant l'image d'un nombre par la fonction, soit en utilisant  $a$  le coefficient directeur de la droite.

**Exercice 1 :** Soit  $f$  une fonction telle que :  $f(-2) = 0$  ;  $f(-1) = 2$  ;  $f(0) = 4$  ;  $f(1) = 6$  ;  $f(2) = 8$ .

**Entourer** la bonne réponse et **corriger** les réponses fausses.

|   |      |      |                       |
|---|------|------|-----------------------|
| 0 est un antécédent de 4 par $f$ .      | VRAI | FAUX | On ne peut pas savoir |
| 2 a pour image $-1$ par $f$ .           | VRAI | FAUX | On ne peut pas savoir |
| 1 a pour antécédent 6 par $f$ .         | VRAI | FAUX | On ne peut pas savoir |
| 0 est l'image de $-2$ par $f$ .         | VRAI | FAUX | On ne peut pas savoir |
| 2 est le seul antécédent de 8 par $f$ . | VRAI | FAUX | On ne peut pas savoir |

**Exercice 2 :** Soit  $g$  une fonction telle que :  $g(4) = 9$  ;  $g(1) = 6$  ;  $g(2) = 5$  ;  $g(6) = 4$  ;  $g(5) = 10$  ;  $g(3) = -7$ .

**Compléter** les phrases suivantes avec le mot « image » ou « antécédent ».

$-7$  est ..... de 3 par  $g$ .

1 est ..... de 6 par  $g$ .

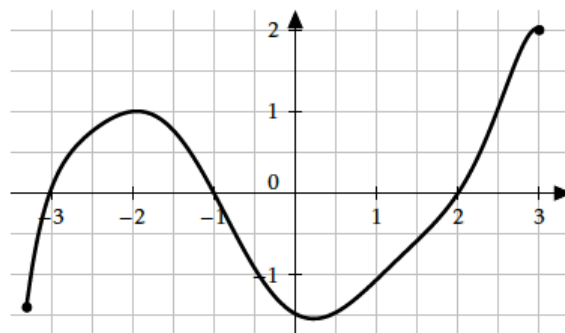
2 a pour ..... 5 par  $g$ .

6 est ..... de 4 par  $g$ .

**Exercice 3 :** A l'aide de la représentation graphique ci-contre

d'une fonction  $f$ , répondre aux questions suivantes :

1. Quelle est l'image de 0 par la fonction  $f$  ?
2. Quelle est l'image de 1 par la fonction  $f$  ?
3. Que vaut  $f(2)$  ?
4. Donner les antécédents de 1 par la fonction  $f$ .



- Citer un nombre qui n'a pas d'antécédent par  $f$ .
- Citer un nombre qui a 3 antécédent par  $f$ .

**Exercice 4** : Soit  $g$  une fonction. On considère le tableau de valeurs suivant :

|        |     |    |     |     |   |
|--------|-----|----|-----|-----|---|
| $x$    | -2  | -1 | 0,5 | 1   | 2 |
| $g(x)$ | 0,5 | 1  | -1  | 1,5 | 1 |

- Quelle est l'image de 2 par la fonction  $g$  ?
- Quelle est l'image de 1 par la fonction  $g$  ?
- Donner un antécédent de  $-1$  par la fonction  $g$  ?
- Donner un antécédent de 1 par la fonction  $g$  ?

**Exercice 5** : On considère la fonction  $h$  définie par  $h(x) = x^2 - 4$ . Compléter le tableau de valeurs suivant :

|        |    |    |    |   |   |   |   |
|--------|----|----|----|---|---|---|---|
| $x$    | -3 | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 |
| $h(x)$ |    |    |    |   |   |   |   |

**Exercice 6** : On considère la fonction  $p(x) = -3x$ .

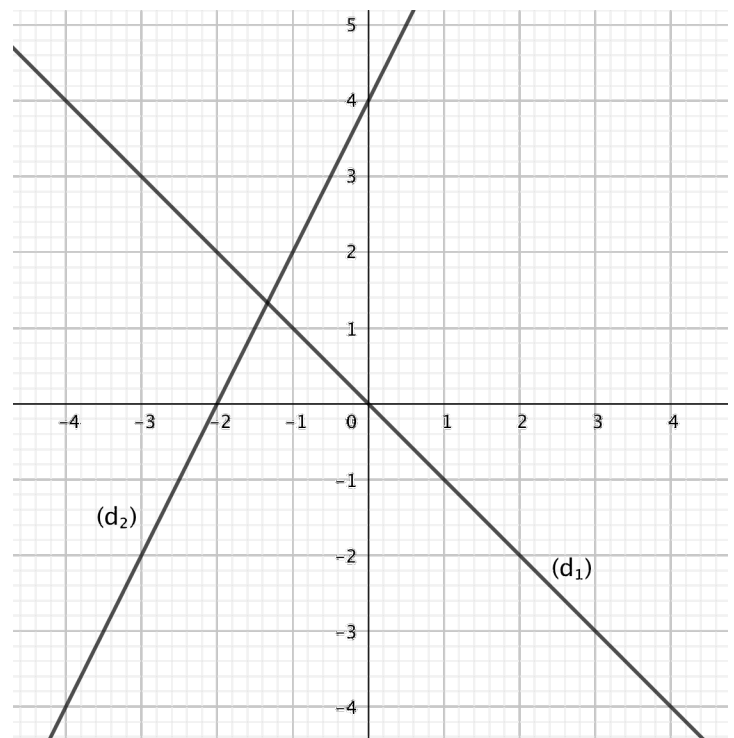
- Quelle est la nature de la fonction  $p$  ?
- Déterminer l'image de  $-1$  par  $p$ .
- Déterminer l'antécédent de  $-18$  par  $p$ .
- Tracer la représentation graphique de la fonction  $p$  dans un repère.

**Exercice 7** : On considère la fonction  $r(x) = 4x + 5$

- Quelle est la nature de la fonction  $r$  ?
- Déterminer l'image de  $-2$  par  $r$ .
- Déterminer l'antécédent de 49 par  $r$ .
- Tracer la représentation graphique de la fonction  $r$  dans un repère.

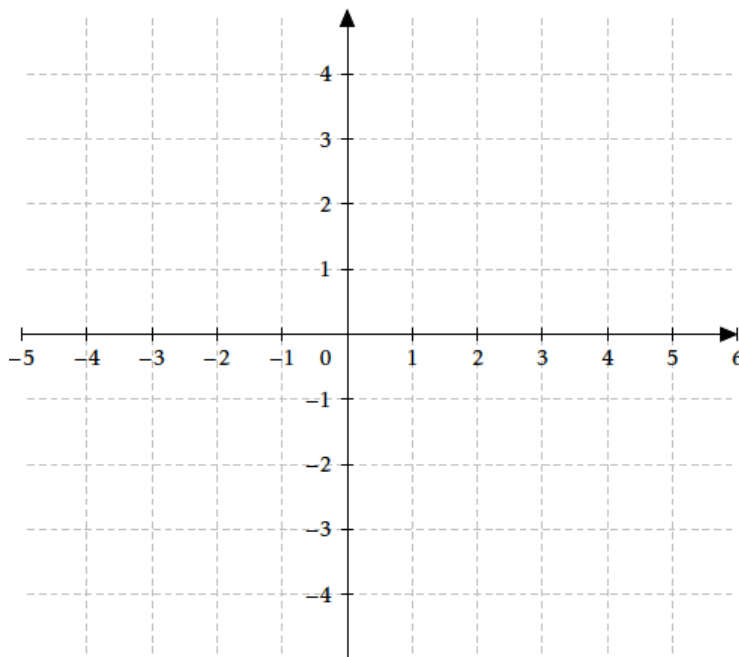
**Exercice 8** : La droite  $(d_1)$  représente la fonction  $f$  et la droite  $(d_2)$  représente la fonction  $g$ .

- Quelle est la nature de la fonction  $f$  ?
- Déterminer l'expression de la fonction  $f$  ?
- Quelle est l'image de  $-1$  par  $f$  ?
- Quel est l'antécédent de  $-2$  par  $f$  ?
- Quelle est la nature de la fonction  $g$  ?
- Déterminer l'expression de la fonction  $g$  ?
- Quelle est l'image de  $-2$  par  $g$  ?
- Quel est l'antécédent de 2 par  $g$  ?



**Exercice 9** : On considère les fonctions  $f$ ,  $g$ ,  $h$  et  $k$  définies par  $f(x) = -2x$ ,  $g(x) = -2x + 3$ ,  $h(x) = -2x + 1$  et  $k(x) = 2x - 3$ .

Construire la représentation graphique de ces fonctions dans le repère ci-dessous.



## Nombres et calculs

### Puissances

#### Rappel :

**Définition d'une puissance avec exposant positif** :  $a^n = \underbrace{a \times a \times \dots \times a}_{n \text{ facteurs}}$

#### Exemples :

$$5^3 = 5 \times 5 \times 5$$

$$(-4)^4 = (-4) \times (-4) \times (-4) \times (-4)$$

$$3^4 \times 3^2 = (3 \times 3 \times 3 \times 3) \times (3 \times 3)$$

**Définition d'une puissance avec exposant négatif** :  $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$        $a^{-1} = \frac{1}{a}$

**Exemple** :  $6^{-3} = \frac{1}{6^3} = \frac{1}{6 \times 6 \times 6}$

$a^0 = 1$  sauf pour  $a = 0$ , dans ce cas  $0^n = 0$ .

**Cas des puissances de dix** :  $10^n = \underbrace{1000\dots0}_{n \text{ zéros}}$  et  $10^{-n} = \underbrace{0,00\dots01}_{n \text{ zéros}}$

**Exemples** :  $10^4 = 10\,000$

$10^{-4} = 0,0004$



$$a^n \times a^m = a^{n+m}; \quad \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}; \quad (a^n)^m = a^{n \times m}$$

**Exemples :**  $10^4 \times 10^5 = 10^{4+5} = 10^9$        $\frac{6^5}{6^2} = 6^{5-2} = 6^3$        $(11^3)^7 = 11^{3 \times 7} = 11^{21}$

L'écriture scientifique d'un nombre est de la forme  $a \times 10^n$  où

- a est un nombre décimal tel que  $1 \leq a < 10$  (a s'écrit avec un seul chiffre autre que zéro avant la virgule).
- n est un nombre entier relatif.

**Exemples :**

L'écriture scientifique de 25 600 est  $2,56 \times 10^4$ .

L'écriture scientifique de 0,065 9 est  $6,59 \times 10^{-2}$ .

**Exercice 1 :** Ecrire sous la forme d'une puissance d'un nombre entier :

|  |  |   |
|--|--|---|
| a) $3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = \dots\dots\dots$   | b) $\frac{1}{5 \times 5 \times 5} = \dots\dots\dots$ | c) $7 = \dots\dots\dots$                                    |
| d) $\frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} = \dots$ | e) $1 = \dots\dots\dots$                             | f) $\frac{1}{-3 \times (-3) \times (-3)} = \dots\dots\dots$ |

**Exercice 2 :** Donner la signification de chacune des puissances ci-dessous

|                               |                                |                                 |
|-------------------------------|--------------------------------|---------------------------------|
| a) $2^4 = \dots\dots\dots$    | c) $10^{-2} = \dots\dots\dots$ | e) $2\ 022^1 = \dots\dots\dots$ |
| b) $(-8)^3 = \dots\dots\dots$ | d) $6^0 = \dots\dots\dots$     | f) $3^{-4} = \dots\dots\dots$   |

**Exercice 3 :** Donner la signification de chacune des puissances ci-dessous

|   |   |   |
|---|---|---|
| a) $2^3 \times 2^2 = \dots\dots\dots$       | c) $4^5 \times 4^1 = \dots\dots\dots$   | e) $(-1)^3 \times (-1)^3 = \dots\dots\dots$   |
| b) $(-6)^2 \times (-6)^4 = \dots\dots\dots$ | d) $\left(\frac{1}{5}\right)^3 \times \left(\frac{1}{5}\right)^4 = \dots\dots\dots$ | f) $\left(\frac{-7}{9}\right)^2 \times \left(\frac{-7}{9}\right)^6 = \dots\dots\dots$ |

**Exercice 4 :** Ecrire chaque expression sous la forme d'une puissance.

A =  $7^2 \times 7^6$       B =  $(-5)^4 \times (-5)^2$       C =  $17^2 \times 3^2$       D =  $3^4 \times 3 \times 3^2$

**Exercice 5 :** Ecrire chaque expression sous la forme d'une puissance.

A =  $\frac{5^3}{5^{-2}}$       B =  $\frac{12^4}{2^4}$       C =  $(6^{-5})^{-5}$       D =  $\frac{(-2)^4 \times (-2)^{-6}}{(-2)^3}$

**Exercice 6 :** Donner l'écriture scientifique des nombres suivants.

A = 3 789 000      B = 0,000 000 037

**Exercice 7** : Compléter ce tableau par l'écriture scientifique de chacune des distances données en km.

| Planètes  | Saturne            | Mars              | Uranus        | Terre              |
|---|--------------------|-------------------|---------------|--------------------|
| Distance moyenne du soleil                          | $14,3 \times 10^8$ | $228 \times 10^6$ | 2 880 000 000 | $1,49 \times 10^8$ |
| Distance moyenne du soleil en écriture scientifique |                    |                   |               |                    |

## Fractions

### Rappel :

**Fractions égales** : On ne change pas une fraction si on multiplie ou si on divise le numérateur et le dénominateur par un même nombre non nul.

$$\frac{12}{15} = \frac{4 \times \cancel{3}}{5 \times \cancel{3}} = \frac{4}{5} \quad \text{On dit que la fraction a été simplifiée.}$$

$$\frac{3}{7} = \frac{3 \times 8}{7 \times 8} = \frac{24}{56}$$

**Fraction irréductible** : Une fraction est irréductible lorsque le numérateur et le dénominateur ont 1 comme seul diviseur commun. C'est une fraction qu'on ne peut plus simplifier.

$$\frac{4}{5} \text{ est la fraction irréductible de } \frac{12}{15}.$$

$$\frac{24}{56} = \frac{3 \times \cancel{8}}{7 \times \cancel{8}} = \frac{3}{7} \quad \frac{3}{7} \text{ est la fraction irréductible de } \frac{24}{56}.$$

**Addition et soustraction** : Les deux fractions doivent absolument être au même dénominateur.

- On réduit les fractions au même dénominateur.
- On additionne ou on soustrait les numérateurs ensemble.
- On garde le dénominateur commun.

$$A = \frac{3}{4} - \frac{1}{3}$$

$$B = \frac{5}{7} + \frac{1}{14}$$

$$C = \frac{4}{15} - \frac{2}{25}$$

$$A = \frac{3 \times 3}{4 \times 3} - \frac{1 \times 4}{3 \times 4}$$

$$B = \frac{5 \times 2}{7 \times 2} + \frac{1}{14}$$

$$C = \frac{4 \times 5}{15 \times 5} - \frac{2 \times 3}{25 \times 3}$$

$$A = \frac{9}{12} - \frac{4}{12}$$

$$B = \frac{10}{14} + \frac{1}{14}$$

$$C = \frac{20}{75} - \frac{6}{75}$$

$$A = \frac{9-4}{12}$$

$$B = \frac{10+1}{14}$$

$$C = \frac{20-6}{75}$$

$$A = \frac{5}{12}$$

$$B = \frac{11}{14}$$

$$C = \frac{14}{75}$$

### Multiplication :

- On détermine le signe du produit.
- On multiplie les numérateurs ensemble.
- On multiplie les dénominateurs ensemble.
- On décompose les numérateurs et dénominateurs avant de multiplier pour simplifier.

$$A = \frac{15}{16} \times \frac{32}{25}$$

$$A = \frac{15 \times 32}{16 \times 25}$$

$$A = \frac{\cancel{3} \times \cancel{5} \times \cancel{8} \times 4}{\cancel{8} \times \cancel{2} \times \cancel{5} \times 5}$$

$$A = \frac{3 \times \cancel{2} \times 2}{\cancel{2} \times 5}$$

$$A = \frac{6}{5}$$

$$B = \frac{4}{21} \times \frac{-3}{18}$$

$$B = -\frac{4 \times 3}{21 \times 18}$$

$$B = -\frac{\cancel{2} \times \cancel{2} \times 3}{\cancel{3} \times 7 \times 9 \times \cancel{2}}$$

$$B = \frac{-2}{63}$$

Inverse d'un nombre

L'inverse de  $\frac{3}{4}$  est  $\frac{4}{3}$ .

L'inverse de  $\frac{1}{5}$  est  $\frac{5}{1} = 5$ .

L'inverse de  $6 = \frac{6}{1}$  est  $\frac{1}{6}$ .

**Division** : Diviser par un nombre revient à multiplier par son inverse.

$$A = \frac{5}{3} : \frac{2}{7}$$

$$A = \frac{5}{3} \times \frac{7}{2}$$

$$A = \frac{5 \times 7}{3 \times 2}$$

$$A = \frac{35}{6}$$

**Exercice 1** Calculer les expressions ci-dessous. Vous donnerez le résultat sous forme de fraction irréductible.

$$A = \frac{13}{3} + \frac{2}{9}$$

$$B = \frac{2}{5} - \frac{5}{2}$$

$$C = \frac{2}{3} - \frac{7}{8}$$

$$D = \frac{7}{10} + 5$$

$$E = 6 - \frac{7}{8}$$

**Exercice 2** Calculer et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

$$A = \frac{-5}{7} + \frac{4}{21}$$

$$B = \frac{5}{12} - \frac{3}{8}$$

$$C = \frac{-2}{15} + \frac{18}{12}$$

$$D = \frac{-7}{9} - \frac{6}{-7}$$

**Exercice 3** Calculer les expressions suivantes en donnant le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

$$A = \frac{7}{4} \times \frac{9}{2}$$

$$B = \frac{8}{3} \times \frac{5}{7}$$

$$C = \frac{1}{5} \times \frac{8}{5}$$

$$D = \frac{15}{14} \times \frac{8}{15}$$

$$E = \frac{81}{20} \times \frac{8}{27}$$

$$F = \frac{21}{8} \times \frac{16}{21}$$

**Exercice 4** Calculer chaque produit et donner le résultat sous forme de fraction irréductible.

$$A = \frac{1}{-4} \times \frac{-1}{4}$$

$$B = \frac{-3}{-7} \times \frac{-35}{18}$$

$$C = \frac{5}{-3} \times 18$$

$$D = \frac{5}{9} \times \frac{27}{-10} \times \frac{-7}{2}$$

**Exercice 5** Calculer les expressions suivantes en donnant le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

$$A = \frac{8}{3} : \frac{3}{2}$$

$$B = \frac{3}{10} : \frac{2}{3}$$

$$C = \frac{7}{4} : \frac{3}{5}$$

$$D = \frac{9}{14} : \frac{27}{14}$$

$$E = \frac{25}{21} : \frac{5}{14}$$

$$F = \frac{15}{81} : \frac{30}{63}$$

**Exercice 6** Calculer chaque quotient et donner le résultat sous forme de fraction irréductible.

$$A = \frac{-7}{9} : \frac{6}{-14}$$

$$B = \frac{-11}{-15} : \frac{-7}{18}$$

$$C = \frac{5}{-8} : 18$$

$$D = \frac{\frac{-11}{6}}{\frac{-5}{12}}$$

**Exercice 7** Calculer chaque expression en détaillant bien les étapes de calculs. Donner le résultat sous forme de fraction irréductible.

$$A = \frac{2}{15} + \frac{18}{5} \times \frac{35}{4}$$

$$B = \left( \frac{8}{7} - \frac{6}{7} \right) \times \frac{8}{3} - 2$$

$$C = \frac{-15}{14} + \frac{4}{3} : \frac{-1}{3}$$

$$D = \frac{-2}{3} : \left( \frac{11}{15} + \frac{-4}{5} \right)$$

$$E = \frac{-12}{17} \times \left( \frac{-12}{5} - \frac{-14}{3} \right)$$

$$F = \frac{\frac{3}{4} - \frac{5}{8}}{\frac{5}{3} - \frac{7}{3}}$$

# Calcul littéral

Rappel :

Les carrés parfaits

|       |   |   |   |    |    |    |    |    |    |     |     |     |
|-------|---|---|---|----|----|----|----|----|----|-----|-----|-----|
| $x$   | 1 | 2 | 3 | 4  | 5  | 6  | 7  | 8  | 9  | 10  | 11  | 12  |
| $x^2$ | 1 | 4 | 9 | 16 | 25 | 36 | 49 | 64 | 81 | 100 | 121 | 144 |

Développer un produit signifie le transformer en une somme.

Pour développer, deux méthodes :

➤ On distribue la multiplication sur l'addition et la soustraction :

- Développement simple :  $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$  et  $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$

Exemples : Développer et simplifier les expressions suivantes

$$A = 3 \times (u + 4)$$

$$k \times (a + b) \quad k = 3 \quad a = u \quad b = 4$$

$$A = 3 \times u + 3 \times 4$$

$$k \times a + k \times b$$

$$A = 3u + 12$$

$$B = x(x - 8)$$

$$k \times (a - b) \quad k = x \quad a = x \quad b = 8$$

$$B = x \times x - x \times 8$$

$$k \times a - k \times b$$

$$B = x^2 - 8x$$

$$C = 2x(3x + 4) \quad k = 2x$$

$$k \times (a + b) \quad a = 3x \quad b = 4$$

$$C = 2x \times 3x + 2x \times 4$$

$$k \times a + k \times b$$

$$C = 6x^2 + 8x$$

- Double distributivité :  $(a + b)(c + d) = a \times c + a \times d + b \times c + b \times d$

Exemples : Développer et simplifier les expressions suivantes

$$A = (x + 4)(x + 3)$$

$$B = (x + 5)(x - 6)$$

$$C = (x - 2)(x - 4)$$

$$A = x \times x + x \times 3 + 4 \times x + 4 \times 3$$

$$B = x \times x - x \times 6 + 5 \times x - 5 \times 6$$

$$C = x \times x - x \times 4 - 2 \times x - (-2) \times 4$$

$$A = x^2 + 3x + 4x + 12$$

$$B = x^2 - 6x + 5x - 30$$

$$C = x^2 - 4x - 2x - (-8)$$

$$A = x^2 + 7x + 12$$

$$B = x^2 - x - 30$$

$$C = x^2 - 6x + 8$$

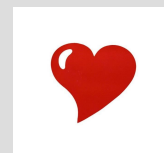
➤ On utilise les identités remarquables

DÉVELOPPER

$$(a + b)^2 = a^2 + 2 \times a \times b + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2 \times a \times b + b^2$$

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$



Exemples : Développer et simplifier les expressions suivantes

$$A = (x + 3)^2$$

$$B = (3x - 4)^2$$

$$C = (x + 7)(x - 7)$$

$$A = x^2 + 2 \times x \times 3 + 3^2$$

$$B = (3x)^2 - 2 \times 3x \times 4 + 4^2$$

$$C = x^2 - 7^2$$

$$A = x^2 + 6x + 9$$

$$B = 9x^2 - 24x + 16$$

$$C = x^2 - 49$$

**Factoriser** une somme signifie la transformer en un produit.

Pour **factoriser**, deux méthodes :

- **On repère des facteurs communs** (en s'aidant des tables de multiplication notamment ou en remarquant des blocs parenthèses identiques).

**Exemples** : Factoriser et simplifier les expressions suivantes.

|  |                                 |  |   |
|--|---------------------------------|--|---|
| $A = 5 \times x + 2 \times x$<br>$k \times a + k \times b$   | $k = x \quad a = 5 \quad b = 2$ | $B = -3y - 8y$<br>$k \times a - k \times b$  | $k = y \quad a = -3 \quad b = 8$                  |
| $A = x \times (5 + 2)$<br>$k \times (a + b)$   |                                 | $B = y \times (-3 - 8)$<br>$k \times (a - b)$  |   |
| $A = x \times 7$<br>$A = 7 \times x$   |                                 | $B = y \times (-11)$<br>$B = -11 \times y$   |   |
| $C = 6 \times x + 18$<br>$C = 6 \times x + 3 \times 6$<br>$C = 6 \times (x + 3)$<br>$C = 6 (x + 3)$  | $k = 6 \quad a = x \quad b = 3$ | $D = 5 \times x - 10 \times x^2$<br>$D = 5 \times 1 \times x - 5 \times 2 \times x \times x$<br>$D = 5 \times x \times (1 - 2 \times x)$<br>$D = 5 \times (1 - 2x)$  | $k = 5 \times x \quad a = 1 \quad b = 2 \times x$ |
| $E = (x + 2)(x - 4) + (x - 3)(x + 2)$<br>$E = (x + 2) \times (x - 4) + (x - 3) \times (x + 2)$<br>$E = (x + 2) \times (x - 4) + (x - 3) \times (x + 2)$<br>$E = (x + 2) \times [(x - 4) + (x - 3)]$<br>$E = (x + 2) \times (x - 4 + x - 3)$<br>$E = (x + 2)(2x - 7)$ |                                 | $F = (x - 7)(2x - 5) - (2x - 5)(2 - 3x)$<br>$F = (x - 7) \times (2x - 5) - (2x - 5) \times (2 - 3x)$<br>$F = (x - 7) \times (2x - 5) - (2x - 5) \times (2 - 3x)$<br>$F = (2x - 5) \times [(x - 7) - (2 - 3x)]$<br>$F = (2x - 5) \times (x - 7 - 2 + 3x)$<br>$F = (2x - 5)(4x - 9)$ |   |

- **On utilise les identités remarquables**

**FACTORISER**

$$a^2 + 2 \times a \times b + b^2 = (a + b)^2$$

$$a^2 - 2 \times a \times b + b^2 = (a - b)^2$$

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

**Exemples** : Factoriser et simplifier les expressions suivantes

|                                       |   |                        |
|---------------------------------------|---|------------------------|
| $A = x^2 + 6x + 9$                    | $B = 9x^2 - 24x + 16$                     | $C = 4x^2 - 49$        |
| $A = x^2 + 2 \times 3 \times x + 3^2$ | $B = (3x)^2 - 2 \times 3x \times 4 + 4^2$ | $C = (2x)^2 - 7^2$     |
| $A = (x + 3)^2$                       | $B = (3x - 4)^2$                          | $C = (2x + 7)(2x - 7)$ |

**Exercice 1** Compléter

|                         |                         |                         |                         |                         |                         |
|-------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|
| $a = 3x$                | $a = 7x$                | $a = -2x$               | $a = 5x$                | $a = -10x$              | $a = -8x$               |
| $a^2 = \dots\dots\dots$ | $a^2 = \dots\dots\dots$ | $a^2 = \dots\dots\dots$ | $a^2 = \dots\dots\dots$ | $a^2 = \dots\dots\dots$ | $a^2 = \dots\dots\dots$ |

**Exercice 2** : Développer et simplifier les expressions suivantes.

$$A = 3(a + 6)$$

$$C = 5(x^2 - 3)$$

$$E = -6(4 - 3x)$$

$$G = 2x(3x - 5)$$

$$B = b(7 - b)$$

$$D = -2(x + 7)$$

$$F = x(-4x - 8)$$

**Exercice 3** : Développer et simplifier les expressions suivantes.

$$A = (x + 4)(2 + x)$$

$$B = (x - 9)(2 + x)$$

$$C = (x - 5)(x - 4)$$

$$D = (6x + 5)(9x + 8)$$

$$E = (8x - 11)(4x + 9)$$

$$F = (3x - 5)(2 - 7x)$$

$$G = (-9x + 12)(6x - 3)$$

**Exercices 4** : Développer et simplifier les expressions suivantes.

$$A = (x + 7)^2$$

$$C = (x - 5)^2$$

$$E = (8 + x)(8 - x)$$

$$G = (3x - 6)^2$$

$$I = (11 - 3x)(11 + 3x)$$

$$B = (4x + 5)^2$$

$$D = (4 - 2x)^2$$

$$F = (2x + 7)(2x - 7)$$

$$H = (10 - 7x)^2$$

**Exercice 5** : (Niveau expert) Développer et simplifier les expressions suivantes

$$A = (2x - 3)^2 + (2x + 5)^2$$

$$B = (2x + 1)(3x - 2) + (5x - 4)^2$$

**Exercice 6** : Factoriser et simplifier les expressions suivantes.

$$A = 5(4x - 1) + 5(x - 4)$$

$$D = 6y - 48$$

$$G = 7x^2 - 21x$$

$$B = 9x(x - 2) - 8(x - 2)$$

$$E = 64 - 8x$$

$$H = (5 - x)(4x - 1) + (x - 3)(4x - 1)$$

$$C = 5b + 30$$

$$F = x^2 + x$$

$$I = (5x + 4)(8x - 1) + (5x + 4)(4x - 7)$$

**Exercice 7** : Factoriser et simplifier les expressions suivantes.

$$A = x^2 - 2x + 1$$

$$C = x^2 - 36$$

$$E = 9x^2 - 12x + 4$$

$$B = x^2 + 14x + 49$$

$$D = x^2 - 24x + 144$$

$$F = 4x^2 + 20x + 25$$

# Équations

## Rappel

Une **équation** est une égalité dans laquelle intervient un nombre **inconnu**, désigné le plus souvent par une lettre.

- **Résoudre une équation**, c'est trouver toutes les valeurs possibles du nombre inconnu telles que l'égalité soit vraie : chacune de ces valeurs est appelée une **solution** de l'équation.

**Exemples :**  $3x + 6 = 12$

$$3x + 6 - 6 = 12 - 6$$

$$3x = 6$$

$$\frac{3x}{3} = \frac{6}{3}$$

$$x = 2$$

$$5x + 3 = 2x - 6$$

$$5x + 3 - 3 = 2x - 6 - 3$$

$$5x - 2x = 2x - 2x - 9$$

$$3x = -9$$

$$\frac{3x}{3} = \frac{-9}{3}$$

$$x = -3$$

Cette équation a pour solution le nombre 2.

La solution de l'équation est - 3.

- **Propriété :** Si un produit de facteurs est nul, alors l'un au moins des facteurs est nul.

**Exemple :** Résoudre l'équation  $(4x - 6)(3 + x) = 0$

$$(4x - 6)(3 + x) = 0$$

Si un produit de facteurs est nul, alors l'un au moins des facteurs est nul.

Alors :

$$4x - 6 = 0$$

ou

$$3 + x = 0$$

$$4x - 6 + 6 = 0 + 6$$

$$4x = 6$$

$$3 - 3 + x = 0 - 3$$

$$x = -3$$

$$\frac{4x}{4} = \frac{6}{4}$$

$$x = \frac{3}{2} = 1,5$$

Les solutions de l'équation sont - 3 et 1,5. On note  $S = \{-3; 1,5\}$

**Exercice 1 :** Résoudre les équations ci-dessous.

a)  $x + 6 = 15$

b)  $x - 21 = 9$

c)  $2x = 78$

d)  $5 - x = 10$

e)  $23 = x - 11$

f)  $45 = 15 - x$

d)  $-3x = 63$

e)  $4x + 3 = 19$

f)  $-5x + 35 = 0$

g)  $-2x - 6 = -9$

h)  $8x - 21 = 7x - 9$

i)  $7x - 5 = 9x - 11$

**Exercice 2 : (Niveau expert)** Résoudre chaque équation.

a)  $4(x + 5) = 10x + 3$

b)  $3(x - 2) = 5(x + 4)$

c)  $10x - (3x - 2) = 4(x + 1) + 5$

**Exercice 3 :** Résoudre les équations suivantes :

a)  $(x+7)(x-1) = 0$

b)  $(4-x)(x-2) = 0$

c)  $(-1-2x)(8-4x) = 0$

d)  $x(3x+13) = 0$

e)  $(6x-3)^2 = 0$

f)  $(3x + \frac{1}{2})^2 = 0$



**Exercice 4** : Factoriser le premier membre de chaque équation, puis la résoudre :

a)  $x^2 - 4x + 4 = 0$       b)  $9x^2 + 6x + 1 = 0$       c)  $4x^2 - 49 = 0$       d)  $16x^2 - 25 = 0$

**Exercice 5** : Résoudre les équations suivantes :

a)  $4x^2 = 16$       b)  $9x^2 = 25$       c)  $-16x^2 = -64$       d)  $16x^2 - 16x = -4$